МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования   
**«Национальный исследовательский   
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»  
(ННГУ)**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа: «Вычислительные методы и суперкомпьютерные технологии»

**ОТЧЕТ**  
по лабораторной работе №1

«Состояния равновесия»

**Выполнил:** студент группы 3821М1ПМвм

Николаев Денис Эминович

**Проверил:** доктор ф.-м. н.

Иванченко Михаил Васильевич

## Теоретическая часть

Математическая модель авторепрессора имеет вид:

Биологически он может быть реализован в виде гена с промоутером, ингибируемым белком – продуктом экспрессии гена. Коэффициент Хилла характеризует кооперативность связывания белка x. Исходя из физического смысла задачи определяются ограничения на

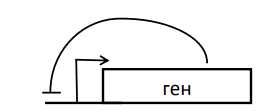


Рис 1. Принципиальная схема авторепрессора

Динамическая система имеет единственное устойчивое состояние равновесия, что определяется указанными выше ограничениями и монотонностью производной, а также является корнем полинома:

## Постановка задачи

Численно найти решение для разных коэффициентов Хилла с помощью методов бисекции и Ньютона. Оценить и сравнить скорость схождения методов.

## Практическая часть

Реализации численных методов бисекции и Ньютона представлены в Python Jupyter Notebook.

Объявление функции f(x):



И её производной f'(x):

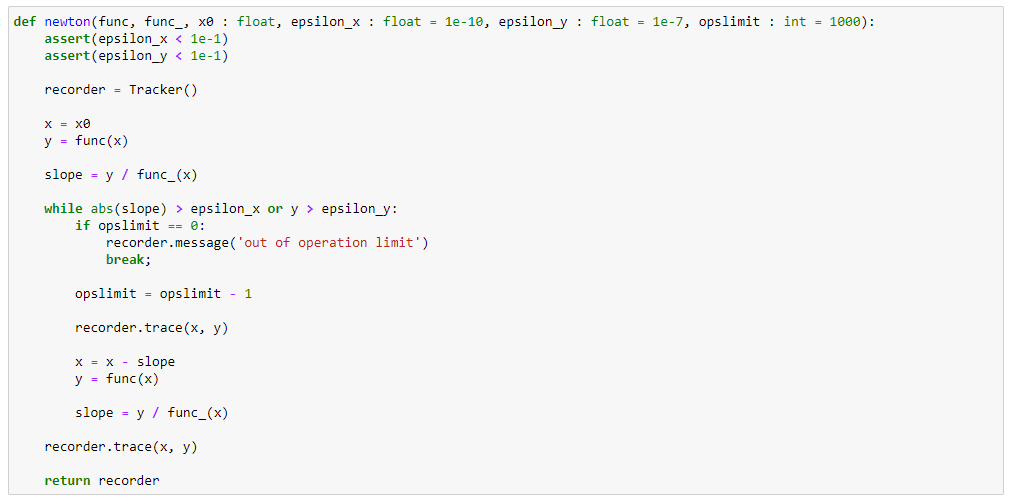


Объект класса Tracker – вспомогательный инструмент, который будет описан позже.

Метод бисекции:



Метод Ньютона:



Класс для отслеживания траектории численных методов в поиске состояния равновесия:

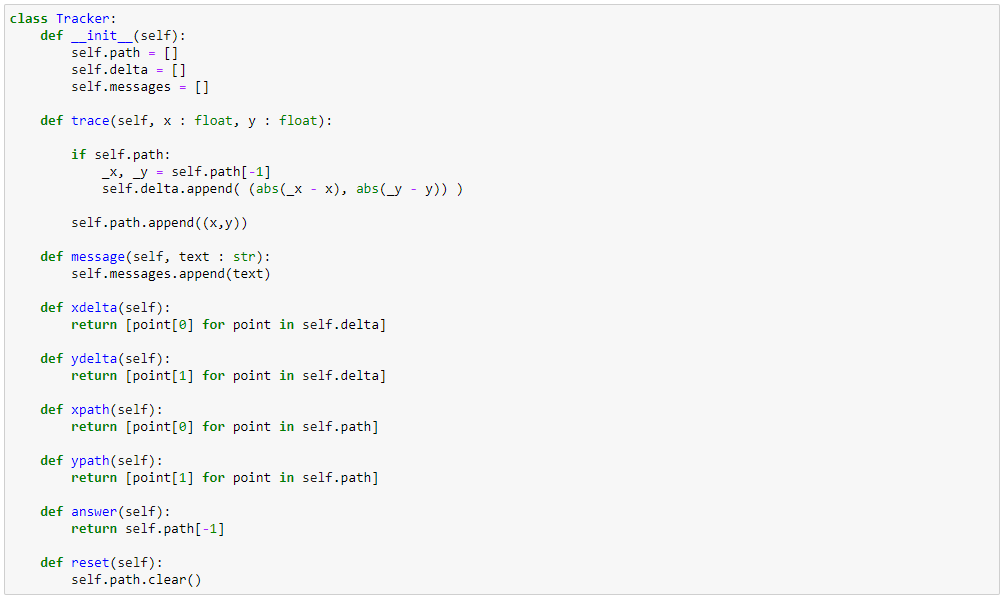
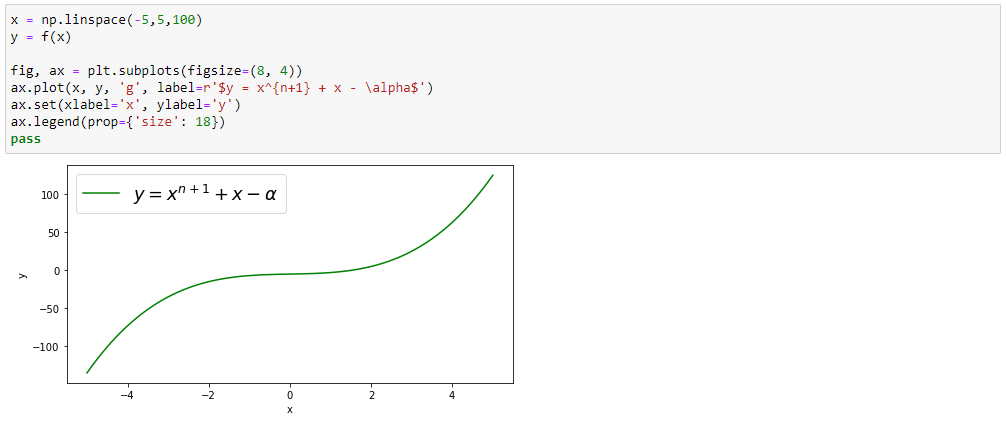
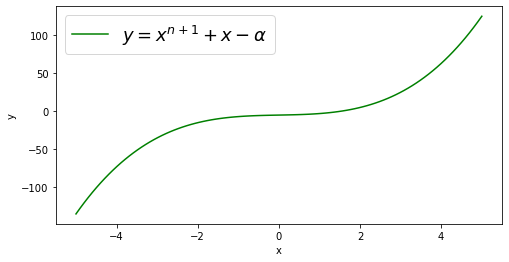
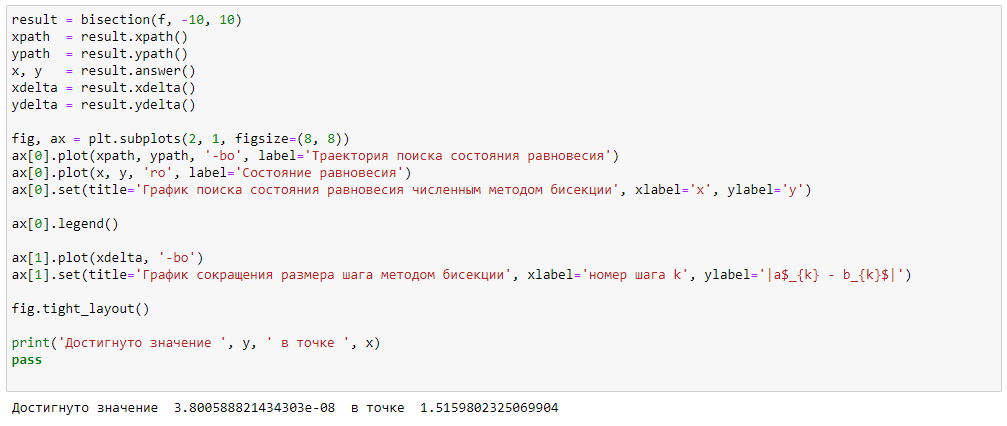
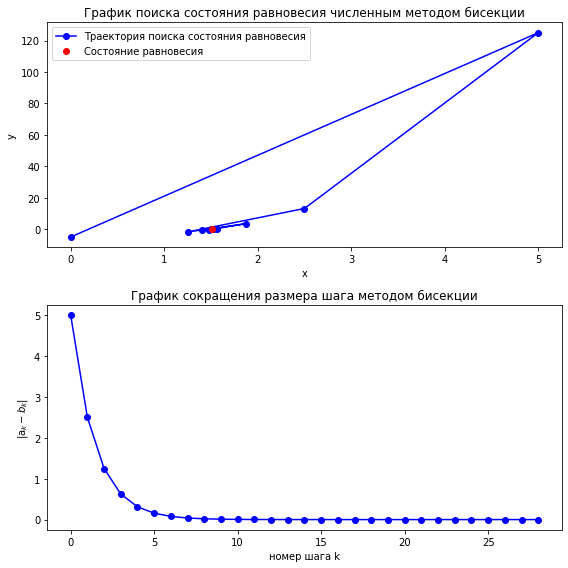


График функции с коэффициентами: 𝛼 = 5, n = 2

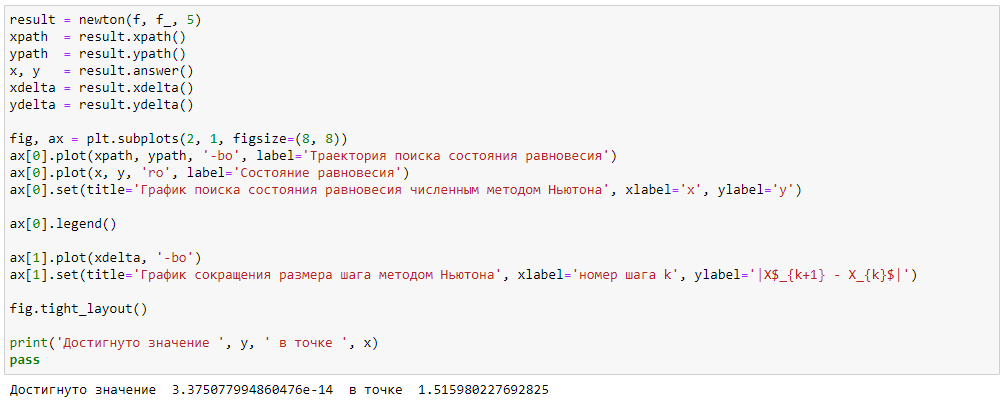


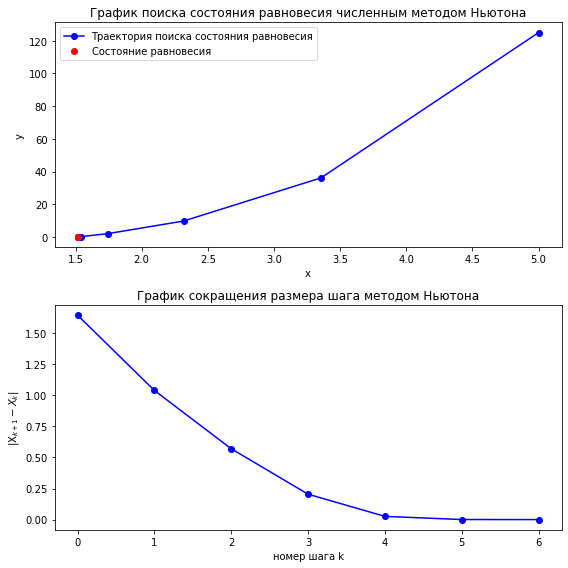




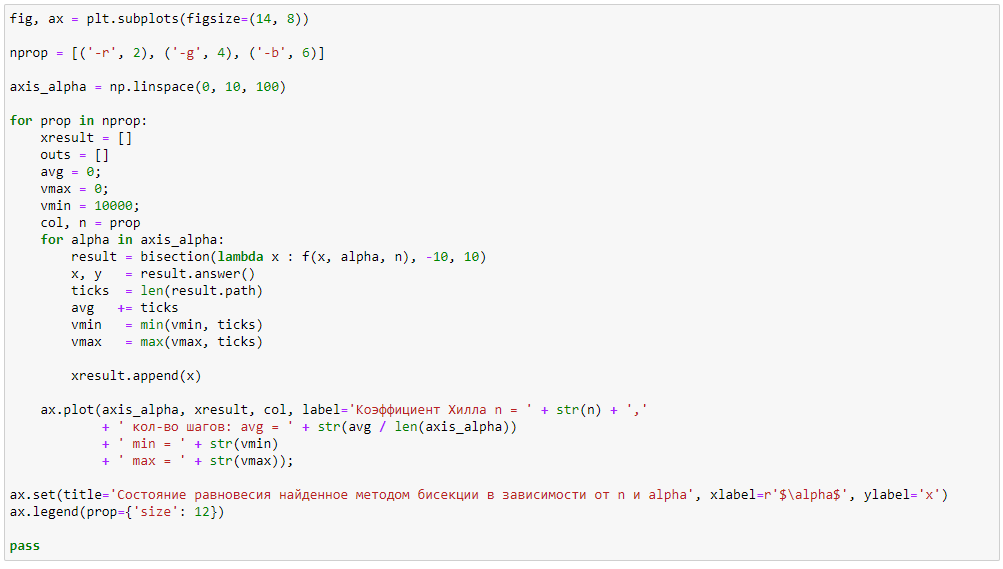


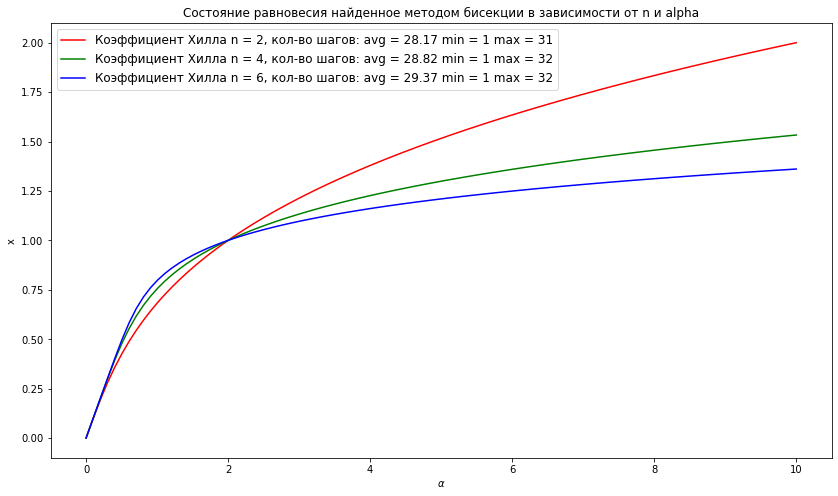
Абсолютная разность стремится к нулю с увеличением количества шагов, что говорит о схождении численного метода бисекции.

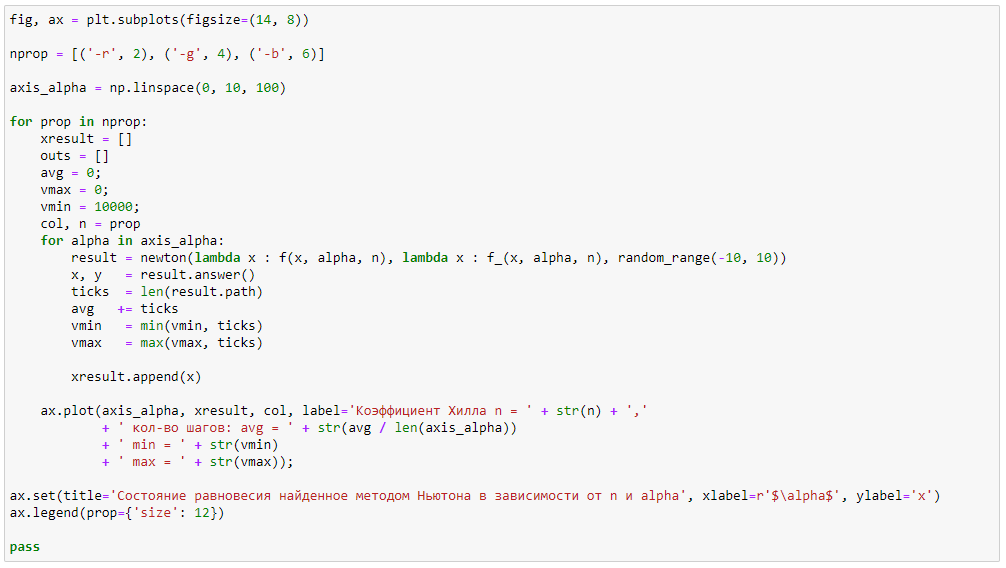


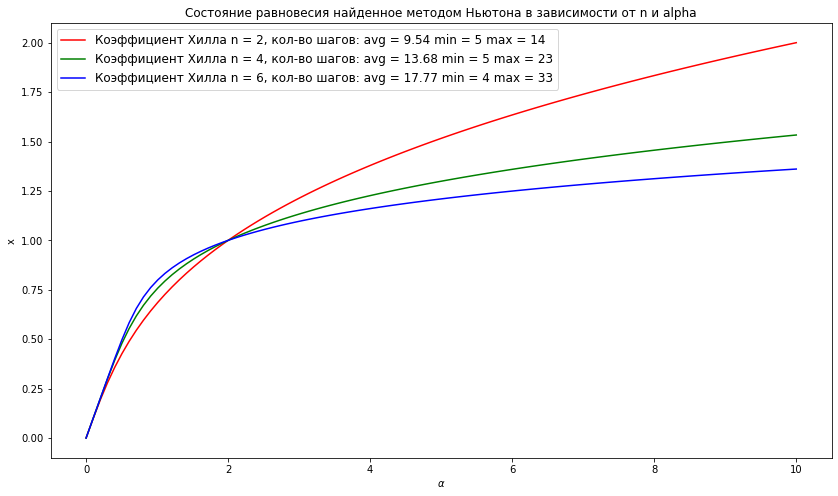


Абсолютная разность стремится к нулю с увеличением количества шагов, что говорит о схождении численного метода Ньютона.









Графики демонстрируют, что модель всегда имеет состояние равновесия независимо от , оба метода позволяют решить задачу численно. Однако стоит отметить, что метод Ньютона сходится быстрее, чем метод деления отрезка пополам. Об этом свидетельствуют данные о количестве шагов:

N = 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Статистика кол-ва шагов** | **Метод бисекции** | **Метод Ньютона** |
| Среднее кол-во шагов | 28.17 | 9.54 |
| Минимальное кол-во шагов | 1 | 5 |
| Максимальное кол-во шагов | 31 | 14 |

N = 4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Среднее кол-во шагов | 28.82 | 13.68 |
| Минимальное кол-во шагов | 1 | 5 |
| Максимальное кол-во шагов | 32 | 23 |

N = 6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Среднее кол-во шагов | 29.37 | 17.77 |
| Минимальное кол-во шагов | 1 | 4 |
| Максимальное кол-во шагов | 32 | 33 |

В некоторых случаях метод бисекции находит решение за 1 шаг, т.к. в соответствии с его начальными условиями решение лежит ровно по середине между , что в общем случае не говорит о высокой эффективности этого метода.